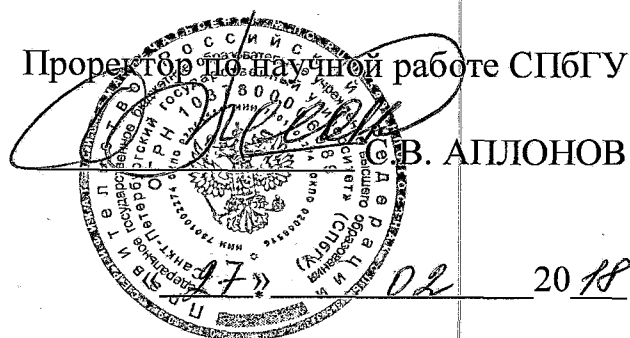


УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по научной работе СПбГУ

В. АПЛОНОВ



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет»

Диссертация «Аналитико-численное моделирование динамических систем с хаотическим поведением: аттракторы и гомоклинические бифуркации» выполнена на кафедре прикладной кибернетики Санкт-Петербургского государственного университета.

В период подготовки диссертации соискатель Мокаев Руслан Назирович обучался в аспирантуре федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Санкт-Петербургский государственный университет».

В 2013 году окончил Санкт-Петербургский государственный университет, математико-механический факультет по специальности «Системное программирование».

Удостоверение о сдаче кандидатских экзаменов выдано в 2016 году федеральным государственным бюджетным образовательным учреждением высшего профессионального образования «Санкт-Петербургский государственный университет».

Научный руководитель – Кузнецов Николай Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры прикладной кибернетики математико-механического факультета федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет».

По итогам обсуждения принято следующее заключение:

Актуальность работы

В связи с трудностью изучения хаотической динамики одним из актуальных направлений исследования является разработка эффективных аналитико-численных методов, использующих вычислительные мощности современных ЭВМ и продуктивные аналитические подходы. Значительными результатами, полученными на основе таких подходов, являются компьютерное доказательство (computer-assisted proof) действительного существования странного аттрактора в классической системе Лоренца и обнаружение скрытых аттракторов в системах лоренцевского типа.

Современные исследования сценариев перехода к хаотической динамике во многом опираются на работы нижегородской школы Л.П. Шильникова и связаны с гомоклиническими бифуркациями. За последнее время в этом направлении представителями этой школы получен ряд новых результатов для систем лоренцевского типа. В настоящей работе изучается обобщенная система Лоренца, которая включает в себя математические модели, описывающие процесс конвекции жидкости, динамику волн в лазерах и другие физические процессы. Для этой системы проведены аналитико-численные исследования,

связанные с развитием аналитических критериев рождения гомоклинической бифуркации и с численной проверкой возможности возникновения хаоса.

Рудольфом Калманом в 1957 году была сформулирована гипотеза о моноустойчивости системы управления в случае выполнения обобщенных условий Рауса-Гурвица. Со второй половины прошлого века начали появляться конструктивные контрпримеры к этой гипотезе (в работах Р.Э. Фиттса, Н.Е. Барабанова, Н.В. Кузнецова и Г.А. Леонова). В этих контрпримерах были построены устойчивые периодические скрытые колебания, сосуществующие с единственным устойчивым состоянием равновесия. В настоящей работе, на основе развития теории разрывных систем и применения метода точечных отображений Андронова, построен контрпример к гипотезе Калмана с хаотической динамикой.

Цель диссертационной работы:

1. Построение аналитических критериев неустойчивости в системах лоренцевского типа со сжатием объемов. Разработка эффективного алгоритма для численного определения границ областей неустойчивости.
2. Получение аналитических критериев существования гомоклинических траекторий в системах лоренцевского типа и разработка эффективных численных алгоритмов для анализа гомоклинической бифуркации и соответствующих сценариев возникновения хаоса.
3. Разработка эффективного алгоритма для аналитико-численного построения контрпримеров к проблеме Калмана с хаотической динамикой. Анализ компьютерных экспериментов Фиттса.
4. Реализация разработанных алгоритмов в виде комплекса программ в пакете вычислений MATLAB.

В диссертации получены следующие результаты:

1. Аналитический критерий неустойчивости в системах лоренцевского типа со сжатием объемов. Алгоритм для численного определения границ областей неустойчивости.
2. Аналитический критерий существования гомоклинических траекторий в системах лоренцевского типа. Алгоритм для численного исследования гомоклинических бифуркаций в системах лоренцевского типа. Численное обнаружение гомоклинической бифуркации слияния странных аттракторов.
3. Алгоритм для построения контрпримеров к проблеме Калмана, основанный на обратном сценарии разрывной аппроксимации.

Степень достоверности и новизна результатов проведенных исследований:

Все перечисленные выше результаты являются новыми, получены соискателем лично. Достоверность изложенных в работе теоретических результатов обеспечивается их строгим математическим доказательством

Теоретическая и практическая значимость:

В диссертации разработан аналитико-численный метод, основанный на методе разрывной аппроксимации, для локализации и определения параметров скрытых колебаний в нелинейных системах, который применим для различных систем управления, используемых, например, в летательных аппаратах и буровых установках.

Для обобщенной системы Лоренца в пространстве параметров аналитически построена граница областей глобальной устойчивости и неустойчивости решений для дальнейшего исследования турбулентности.

Полнота изложения материалов диссертации в работах, опубликованных соискателем:

В опубликованных соискателем работах с абсолютной полнотой и ясностью изложен весь материал диссертации.

Список публикаций в изданиях, рекомендованных ВАК:

1. Леонов Г. А., Андриевский Б. Р., Мокаев Р. Н. Асимптотическое поведение решений

- систем Лоренцевского типа. Аналитические результаты и структуры компьютерных ошибок // *Вестник СПбГУ. Математика*, 2017, том 4, вып. 1, doi:10.21638/11701/spbu01.2017.105, стр. 25–37 (вклад соискателя – 40%).
2. *Леонов Г. А., Мокаев Р. Н.* Отрицательное решение проблемы Калмана и доказательство существования скрытого странного аттрактора методом разрывной аппроксимации // *Доклады Академии Наук*, 2017, том 475, номер 3, doi:10.7868/S0869565217210046, стр. 257–261 (вклад соискателя – 50%).
 3. *Leonov G. A., Kuznetsov N. V., Kiseleva M. A., Mokaev R. N.* Global Problems for Differential Inclusions: Kalman and Vyshnegradskii Problems and Chua Circuits // *Differential Equations. Control Theory*, 2017, vol. 53, No 13, doi:10.1134/S0012266117130018, стр. 1–32 (вклад соискателя – 30%).

Другие публикации:

4. *Mokaev R. N., Leonov G. A., Kuznetsov N. V.* Kalman conjecture in theory of differential equations. Counterexamples and hidden attractors // *Abstracts of the 2nd International Scientific Conference «Autumn Mathematical Readings in Adygea»*, 2017, pp. 163–164 (вклад соискателя – 30%).
5. *Leonov G. A., Mokaev R. N.* Numerical simulations of the Lorenz-like system: Asymptotic Behavior of Solutions, Chaos and Homoclinic Bifurcations // *Abstracts of the International Scientific Conference on Mechanics «The Eight Polyakhov's Reading»*, 2018, p. 264 (вклад соискателя – 50%).
6. *Leonov G. A., Mokaev R. N., Kuznetsov N. V., Mokaev T. N.* Homoclinic Bifurcations of the Merging Strange Attractors in the Lorenz-like System // *ArXiv e-prints*, 2018, arXiv:1802.07694, pp. 1-19, <https://arxiv.org/abs/1802.07694v2> (вклад соискателя – 30%).

Патенты и свидетельства:

7. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2018610372 от 11.01.18. Программа для моделирования параметров стохастических колебаний в релейных системах. *Кузнецов Н.В., Леонов Г.А., Мокаев Р.Н.* (вклад соискателя – 30%).

Соответствие специальности:

Диссертационная работа является законченным научным трудом и соответствует требованиям, установленным пунктом 14 Положения № 842 от 24.09.2013 «О порядке присуждения ученых степеней», и паспорту научной специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Диссертация «Аналитико-численное моделирование динамических систем с хаотическим поведением: аттракторы и гомоклинические бифуркации» Мокаева Руслана Назировича рекомендуется к защите на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Проект заключения принят на заседании экспертной группы, сформированной решением декана факультета от 21 февраля 2018 г. № 79-22-32 в составе 5 чел.

Присутствовало на заседании 5 чел. Результаты голосования: «за» - 5 чел., «против» - 0 чел., «воздержалось» - 0 чел., протокол № 1 от 22 февраля 2018 г.



А. Х. Гелиг, д. ф.-м. н., профессор
Кафедры теоретической кибернетики
СПбГУ