

УТВЕРЖДАЮ:



Аплонов С.В. /

2018 г.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет»

Диссертация «Операторные оценки погрешности в задачах усреднения дифференциальных операторов с периодическими коэффициентами» выполнена на кафедре высшей математики и математической физики Санкт-Петербургского государственного университета.

В период подготовки диссертации соискатель Мешкова Юлия Михайловна обучалась в очной аспирантуре ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет». В 2014 г. окончила магистратуру Санкт-Петербургского государственного университета по специальности 011200.68 «Физика». В 2018 г. окончила аспирантуру Санкт-Петербургского государственного университета по направлению подготовки 01.06.01 «Математика и механика».

Удостоверение о сдаче кандидатских экзаменов выдано в 2018 г. ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет».

Научный руководитель — доктор физ.-мат. наук, доцент, профессор, зав. кафедрой высшей математики и математической физики федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет» Суслина Татьяна Александровна.

По итогам обсуждения принято следующее заключение:

1. Оценка выполненной соискателем работы

Диссертация посвящена изучению задач усреднения в пределе малого периода для периодических эллиптических дифференциальных операторов второго порядка.

Основные результаты диссертации состоят в следующем:

1. Изучена задача усреднения для матричных самосопряженных сильно эллиптических операторов второго порядка в пространстве \mathbf{R}^d , коэффициенты которых являются периодическими быстро осциллирующими (зависящими от x/ε) функциями. Оператор включает младшие члены. Найдены аппроксимации резольвенты по операторной норме в пространстве L_2 и по норме операторов, действующих из L_2 в пространство Соболева H^1 . В аппроксимации по $(L_2 \rightarrow H^1)$ -норме учтен корректор. Оценки погрешности двухпараметрические: прослежена зависимость от спектрального параметра и малого периода. При фиксированном значении спектрального параметра оценки имеют точный порядок $O(\varepsilon)$.

2. Изучена задача усреднения для матричных сильно эллиптических операторов второго порядка, действующих в ограниченной области при условии Дирихле на границе. Найдена аппроксимация резольвенты по операторной норме в L_2 с двухпараметрической оценкой погрешности, имеющей точный порядок $O(\varepsilon)$ при фиксированном значении спектрального параметра. Также получена аппроксимация резольвенты при учете корректора по норме операторов, действующих из L_2 в пространство Соболева H^1 . При фиксированном значении спектрального параметра порядок этой оценки $O(\varepsilon^{1/2})$; порядок ухудшается по сравнению с аналогичным результатом в \mathbf{R}^d из-за влияния границы области.

3. Изучено усреднение первой начально-краевой задачи для параболических систем. В операторных терминах, получены аппроксимации полугруппы, порожденной матричным сильно эллиптическим дифференциальным оператором второго порядка при условии Дирихле на границе. Найдены оценки погрешности по норме операторов, действующих в L_2 , и по норме операторов, действующих из L_2 в пространство Соболева H^1 .

Работа посвящена актуальной тематике и выполнена на высоком научном уровне. В первой главе соискателем применяется спектральный подход к задачам усреднения, развитый в цикле работ М. Ш. Бирмана и Т. А. Суслиной. Во второй главе используется подход, основанный на рассмотрении ассоциированной задачи во всем пространстве, введении поправки типа пограничного слоя и использовании результатов главы 1. В главе 3 результаты для параболических задач усреднения выводятся из результатов главы 2 об аппроксимации резольвенты с двухпараметрическими оценками погрешности с помощью обратного преобразования Лапласа. Таким образом, соискателем продемонстрировано уверенное владение разнообразными методами получения оценок погрешности для задач усреднения в различных операторных нормах.

2. Личное участие соискателя в получении результатов

Диссертация основана на совместных с Суслиной Т. А. работах, выполненных в неразделимом соавторстве. Определяющий вклад в получение результатов принадлежит Мешковой Ю. М. Соискателю принадлежат важные для дальнейших приложений технические продвижения в задаче об усреднении резольвенты оператора в ограниченной области. Идея вывода параболических результатов из эллиптических также принадлежит соискателю. Кроме того, Мешковой Ю. М. лично получены результаты об усреднении параболических и гиперболических систем, выходящие за рамки диссертационного исследования.

3. Степень достоверности результатов

Достоверность полученных в работе результатов подтверждена строгими математическими доказательствами. Основные результаты работы были представлены на 14 международных конференциях в России, Литве, Германии, Китае, Италии и Канаде, а также на 7 научных семинарах в России, Великобритании, США и Франции:

1. Международная конференция «Дни дифракции 2015» (Санкт-Петербург, Россия, 25-29 мая 2015) (устный доклад).
2. Международная конференция «Asymptotic Problems: Elliptic and Parabolic Issues» (Вильнюс, Литва, 1-5 июня 2015) (устный доклад).
3. Пятая международная конференция «Multiscale Modeling and Methods: Upscaling in Engineering and Medicine» (Москва, Россия, 25-27 июня 2015) (устный доклад).
4. Международная конференция «КРОМШ-2015» (Батилиман, Россия, 17-29 сентября 2015) (устный доклад).
5. Международная конференция по дифференциальным уравнениям и динамическим системам (Суздаль, Россия, 8-12 июля 2016) (устный доклад).
6. Трехсторонняя германо-российско-украинская летняя школа «Spectral Theory, Differential Equations and Probability» (Майнц, Германия, 4-15 сентября 2016) (устный доклад).
7. Международная конференция «КРОМШ-2016» (Батилиман, Россия, 17-29 сентября 2016).
8. Рождественские встречи с Пьером Делинем (Москва, Россия, 4-6 января 2017) (устный доклад).
9. Международная конференция по дифференциальным уравнениям - Silkroad Mathematics Center series international conferences (Пекин, Китай, 10-21 апреля 2017) (постерный доклад).
10. Международная конференция «Современные методы и проблемы гармонического анализа и теории операторов и их приложения VII» (Ростов-на-Дону, Россия, 23-28 апреля 2017) (устный доклад).
11. Международная конференция «Дни дифракции 2017» (Санкт-Петербург, Россия, 19-23 июня 2017) (устный доклад).
12. Инсубрийская летняя школа по математической физике «Spectral and scattering theory: from selfadjoint operators to boundary value problems» (Комо, Италия, 18-22 сентября 2017) (постерный доклад).
13. Симпозиум молодых исследователей (университет МакГилл, Монреаль, Канада, 20-21 июля 2018) (устный доклад).
14. Летняя школа «Inverse and Spectral Problems for (Non)-Local Operators» (Институт Макса Планка, Лейпциг, Германия, 10-14 сентября 2018) (постерный доклад).
15. Семинар по математической физике им. В.И. Смирнова (ПОМИ, Санкт-Петербург, Россия, 24 ноября 2014).
16. Санкт-Петербургский семинар по динамике (Лаборатория им. П. Л. Чебышева, Санкт-Петербургский университет, Россия, 10 октября 2016).
17. Семинар кафедры Высшей математики и математической физики (ПОМИ, Санкт-Петербург, Россия, 19 октября 2016).
18. Исследовательский семинар «Асимптотики, операторы и функционалы» (Университет Бата, Бат, Великобритания, 31 октября 2016).
19. Семинар по математической физике и гармоническому анализу (Техасский А&М университет, Колледж Стейшн, Техас, США, 17 ноября 2016).
20. Семинар по численному анализу и научным вычислениям (математическая лаборатория Безансона, Безансон, Франция, 4 мая 2017).
21. Бэйлорский аналитический семинар (Бэйлорский университет, Бэйлор, Техас, США, 25 апреля 2018).

Все результаты диссертации опубликованы в ведущих рецензируемых специализированных журналах.

4. Новизна и практическая значимость

Работа носит теоретический характер; основные результаты диссертации являются новыми. Продвижения в усреднении эллиптических задач в зависимости от спектрального параметра нашли дальнейшие применения к изучению гиперболических задач усреднения в работе соискателя, выходящей за рамки диссертационного исследования. Установленные в диссертационной работе результаты могут быть использованы при изучении физических задач в сильно неоднородных средах. В качестве примеров рассмотрены скалярный эллиптический оператор и периодический магнитный оператор Шредингера с сильно сингулярным электрическим потенциалом.

5. Ценность научных работ соискателя и полнота изложения в них материалов диссертации

Содержание диссертации полно изложено в 5 публикациях. Эти работы являются статьями в рецензируемых научных журналах, рекомендуемых ВАК РФ:

1. *Мешкова Ю.М., Суслина Т.А.* Усреднение решений начально-краевых задач для параболических систем // *Функц. анализ и его прил.* 49 (2015), №1, 88–93.
2. *Meshkova Y.M., Suslina T.A.* Two-parametric error estimates in homogenization of second-order elliptic systems in R^d // *Applicable Analysis* 95 (2016), №7, 1413-1448.
3. *Meshkova Y.M., Suslina T.A.* Homogenization of initial boundary value problems for parabolic systems with periodic coefficients // *Applicable Analysis* 95 (2016), №8, 1736-1775.
4. *Мешкова Ю.М., Суслина Т.А.* Усреднение задачи Дирихле для эллиптических и параболических систем с периодическими коэффициентами // *Функц. анализ и его прил.* 51 (2017), №3, 87–93.
5. *Мешкова Ю.М., Суслина Т.А.* Усреднение первой начально-краевой задачи для параболических систем: операторные оценки погрешности // *Алгебра и анализ* 29 (2017), №6, 99–158.

К публикациям соискателя по теме диссертации также относятся следующая статья в журнале из перечня ВАК и четыре препринта:

6. *Мешкова Ю.М.* Усреднение задачи Коши для параболических систем с периодическими коэффициентами // *Алгебра и анализ* 25 (2013), №6, 125–177.
7. *Meshkova Yu.M., Suslina T.A.* Homogenization of the Dirichlet problem for elliptic systems: Two-parametric error estimates, arXiv:1702.00550 (2017).
8. *Meshkova Yu.M.* On operator error estimates for homogenization of hyperbolic systems with periodic coefficients, arXiv:1705.02531 (2017).

9. Meshkova Yu.M. On homogenization of the first initial-boundary value problem for periodic hyperbolic systems, arXiv:1807.03634 (2018).
10. Мешкова Ю.М. Усреднение периодических параболических систем по $L_2(\mathbb{R}^d)$ -норме при учете корректора, St. Petersburg Mathematical Society Preprint # 2018-05 (2018).

6. Специальность, которой соответствует диссертация

Диссертация соответствует специальности 01.01.03 — математическая физика.

Диссертация «Операторные оценки погрешности в задачах усреднения дифференциальных операторов с периодическими коэффициентами» Мешковой Юлии Михайловны рекомендуется к защите на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.03 — математическая физика.

Проект заключения принят на заседании экспертной группы, сформированной решением и. о. декана физического факультета Санкт-Петербургского государственного университета от __02.10.2018__ № __30__, в составе __3__ чел. кафедры высшей математики и математической физики.

Присутствовало на заседании __3__ чел. Результаты голосования:
«за» — __3__ чел., «против» — __0__ чел., «воздержалось» — __0__ чел.,
протокол № __1__ от «__04__» __октября__ 2018 г.



Федотов Александр Александрович,
доктор физ.-мат. наук, доцент,
кафедра высшей математики и
математической физики СПбГУ,
профессор