

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной работе СПбГУ

  
С.В. АПЛОНОВ

  
«21» *марта* 2018 г.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет»

Диссертация «О монотонности интегральных функционалов при перестановках» выполнена на Кафедре математической физики Санкт-Петербургского государственного университета.

Соискатель, Банкевич Сергей Викторович, в 2008 г. окончил Санкт-Петербургский государственный университет по специальности «математика». С 2008 до 2011 обучался в аспирантуре Санкт-Петербургского государственного университета по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения.

С 2016 года Банкевич С.В. работает в Санкт-Петербургском государственном университете, в том числе с 2017 года в должности младшего научного сотрудника.

Удостоверение о сдаче кандидатских экзаменов выдано в 2018 г. федеральным государственным бюджетным образовательным учреждением высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет».

Научный руководитель — Назаров Александр Ильич, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры математической физики федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет».

По итогам обсуждения принято следующее заключение:

### **Актуальность работы**

Работа Банкевича С.В. посвящена изучению классических объектов вариационного исчисления и теории функций — симметричных и монотонных перестановок функций. Актуальность темы обусловлена важностью проблемы монотонности функционалов при таких перестановках, активно изучаемой как в нашей стране, так и за рубежом.

### **Цель диссертационной работы**

Целью диссертационной работы является доказательство аналога неравенства Пойа-Сеге для монотонной перестановки в случае, когда весовая функция зависит от переменной, по которой делается перестановка, а также неравенство Пойа-Сеге для переменного показателя суммирования. Для функций одной переменной получены необходимые и достаточные условия выполнения таких неравенств.

### **Апробация научных работ соискателя**

Основные положения диссертационной работы неоднократно докладывались на семинарах и международных конференциях, в числе которых:

Международные конференции по дифференциальным уравнениям и динамическим системам (Суздаль, 2006, 2010 и 2016),

Международная конференция «Теория приближений» (Санкт-Петербург, 2010),

Международная школа “Variational Analysis and Applications” (Эриче, Италия, 2012).

### **Теоретическая и практическая значимость результатов**

Работа носит теоретический характер. Результаты представляют интерес для специалистов по вариационному исчислению и уравнениям в частных производных.

### **Результаты, выносимые на защиту**

1. Получены необходимые условия на вес для выполнения неравенства Пойа-Сегё с весом для монотонной перестановки.

2. Доказано неравенство Пойа-Сегё с весом для монотонной перестановки в случае ограниченного (степенного) роста интегранта.

3. Доказано неравенство Пойа-Сегё с весом в одномерном случае без ограничений, лишь при необходимых условиях.

4. Доказана необходимость условий, налагаемых в работе F. Brock (1997) на вес для выполнения неравенства Пойа-Сегё с весом для симметризации.

5. В одномерном случае закрыт пробел в работе F. Brock (1997): доказано неравенство Пойа-Сегё с весом для симметризации без дополнительных ограничений.

6. Представлены необходимые и достаточные условия выполнения неравенства Пойа-Сегё с весом для монотонной перестановки на функциях, закреплённых на левом конце. Неравенство доказано в многомерном случае для интегрантов ограниченного роста по производной и в одномерном случае без дополнительных ограничений.

7. Представлены необходимые и достаточные условия выполнения неравенства Пойа-Сегё с переменным показателем суммирования в



одномерном случае. Показано, что прямое многомерное обобщение отсутствует.

### **Степень достоверности и новизна результатов проведенных исследований**

Все полученные результаты являются новыми. Для утверждений, доказанных автором, в работе приводятся строгие доказательства; для остальных утверждений приводятся ссылки на соответствующие работы.

### **Полнота изложения материалов диссертации в работах, опубликованных соискателем**

По теме диссертационной работы опубликовано четыре работы в рецензируемых изданиях:

1. Банкевич С. В., Назаров А. И. Об обобщении неравенства Пойа-Сеге для одномерных функционалов // Докл. Академии Наук. — 2011. — Т. 438, No 1. — С. 11-13.

2. Bankevich S. V., Nazarov A. I. On monotonicity of some functionals under rearrangements // Calc. Var. and PDEs. — 2015. — Т. 53, No 3/4. — С. 627-647.

3. Банкевич С. В. О монотонности некоторых функционалов при монотонной перестановке по одной переменной // ЗНС ПОМИ. — 2016. — Т. 444. — С. 5-14.

4. Банкевич С. В. О неравенстве Пойи–Сегё для функционалов с переменным показателем суммирования // Функ. анализ и прил. — 2018. — Т. 52, вып. 1. — С. 56-60.

Работы [1, 4] опубликованы в журналах из перечня ВАК. Работы [2, 3] опубликованы в изданиях, удовлетворяющем достаточному условию включения в перечень ВАК — журнал «Calculus of Variations and Partial Differential Equations» и переводная версия журнала «Записки научных семинаров Ленинградского отделения математического института им. В.А. Стеклова АН СССР» («Journal of Mathematical Sciences») входят в систему цитирования Scopus. В опубликованных соискателем работах полно изложены основные результаты диссертации; выполнены требования к публикациям основных научных результатов диссертации, предусмотренные пунктами 11 и 13; соблюдены требования, установленные пунктом 14 «Положения о присуждении ученых степеней».

### **Личное участие соискателя в получении результатов, изложенных в диссертации**

Вторая глава диссертации основана на статьях [1,2], написанных совместно с научным руководителем. Обе работы написаны в неразделимом соавторстве, за исключением ключевой идеи аппроксимации веса, позволившей преодолеть возможное его вырождение. Эта конструкция принадлежит диссертанту.

### **Соответствие специальности**

Тема диссертации соответствует пункту 12 «Дифференциальные уравнения и системы дифференциальных уравнений в задачах оптимального управления и вариационного исчисления» паспорта специальности 01.01.02 — Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, поскольку она посвящена изучению свойств решений задач вариационного исчисления.

Диссертация Банкевича Сергея Викторовича «О монотонности интегральных функционалов при перестановках» рекомендуется к защите на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 — Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Проект заключения принят на заседании экспертной группы, сформированной решением декана факультета от 19 марта 2018 г. № 79-22-68 в составе 5 чел.

Присутствовали на заседании 5 чел. Результаты голосования: «за» - 5 чел., «против» - 0 чел., «воздержались» - 0 чел., протокол № 1 от « 20 » марта 2018 г.



---

*Председатель экспертной группы*

Архипова Арина Алексеевна,  
доктор физико-математических наук,  
профессор кафедры математической физики  
Санкт-Петербургского государственного  
университета