

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по научной работе  
Санкт-Петербургского  
государственного университета



С.П. Туник

2016 г.

ОТЗЫВ

ведущей организации о диссертации Белошапки Иулии Валерьевны «О теории гармонических отображений в группы петель и теории представлений дискретных нильпотентных групп», представленную к защите на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности: 01.01.06 (математическая логика, алгебра и теория чисел), 01.01.01 (вещественный, комплексный и функциональный анализ).

Рассматриваемая работа мотивирована задачами математической физики и теории чисел.

Более подробно, теорема Атьи устанавливает взаимно-однозначное соответствие между пространством модулей  $G$ -инстантонов на 4-мерном евклидовом пространстве  $\mathbb{R}^4$  и пространством централизованных голоморфных отображений из сферы Римана  $P^1$  в пространство петель  $\Omega G$  компактной группы Ли  $G$ . А. Г. Сергеев сформулировал в качестве гипотезы утверждение о том, что  $G$ -поля Янга–Миллса на 4-мерном евклидовом пространстве  $\mathbb{R}^4$  связаны аналогичным образом с гармоническими отображениями римановой сферы в пространства петель компактных групп Ли. Эта гипотеза

мотивирует изучение гармонических отображений из римановых поверхностей в пространства петель.

Так как пространство петель калибровочной группы Ли изометрически вкладывается в грассманиан Гильберта–Шмидта, то изучение гармонических сфер в пространстве петель можно свести к изучению гармонических сфер в грассманиане Гильберта–Шмидта.

Основным результатом первой главы диссертации является твисторное описание гармонических сфер в грассманиане Гильберта–Шмидта. В случае гармонических сфер в конечномерном грассманиане твисторный подход был предложен в работе Берстола и Саламона.

Другая тема работы связана с теорией локальных полей.

В своих работах А. Н. Паршин рассматривает  $n$ -мерное локальное поле и кольцо многомерных аделей в терминах флагов алгебраических многообразий или схем, то есть максимальных последовательностей неприводимых алгебраических подмногообразий или схем, упорядоченных по вложению. Мотивацией для таких постановок служит гипотетическое развитие метода Тейта–Ивасава для  $L$ -функций алгебраических многообразий или схем размерности больше единицы. Для построения теории многомерных локальных полей возникает необходимость классификации неприводимых представлений конечно порожденных нильпотентных групп без какой-либо топологической структуры на них.

Для случая двумерных локальных полей такие группы сводятся к группе Гейзенберга  $\text{Heis}(3, \mathbb{Z})$  унитарных матриц  $3 \times 3$  с целыми коэффициентами, неприводимые представления которых были изучены в работе С. А. Арналь и А. Н. Паршина. Для следующего после  $\text{Heis}(3, \mathbb{Z})$  класса нильпотентности 3 унитарных матриц  $4 \times 4$  с целыми коэффициентами во второй главе диссертации исследованы все неприводимые представления с конечным весом, доказана их индуцированность с одномерных представлений и исследованы возможные подгруппы индукции.

В третьей главе диссертации доказана гипотеза А. Н. Паршина, утверждающая, что все комплексные неприводимые представления нильпотентной конечно порожденной группы мономиальны тогда и только

тогда, когда они являются представлениями с конечным весом. Рассматриваются (возможно, бесконечномерные) представления без какой-либо топологической структуры. Гипотеза доказана и в большей общности для представлений над произвольным полем, которое может быть алгебраически незамкнутым или иметь положительную характеристику.

Существенной составляющей доказательства является следующее утверждение, представляющее независимый интерес для теории представлений. А именно, для представлений, конечно индуцированных с неприводимых представлений нормальных подгрупп, имеет место обращение леммы Шура.

Диссертация имеет теоретический характер. Доказанные в диссертации теоремы представляют интерес для теории гармонических отображений и полей Янга–Миллса, а также для теории представлений конечно порожденных нильпотентных групп.

В целом, диссертационная работа выполнена на высоком научно уровне, содержит важные новые научные результаты. Основные результаты диссертации полностью обоснованы и опубликованы в рецензируемых изданиях. Результаты апробированы как в России, так и за рубежом. А именно, результаты доложены на семинаре МИАН по алгебраической геометрии под руководством И. Р. Шафаревича, семинаре А. Г. Витушкина в МГУ, на семинаре МИАН по комплексным задачам математической физики под руководством А. Г. Сергеева, на конференции "Caucasian Mathematical Conference" в Тбилиси, на конференции "Complex analysis and mathematical physics" в Пекине, на конференции "Winter school in mathematical physics" в Дьяблере.

Тема диссертации соответствует специальности: 01.01.06 --- математическая логика, алгебра и теория чисел, 01.01.01 --- вещественный, комплексный и функциональный анализ. Автореферат правильно, подробно и полно отражает содержание диссертации.

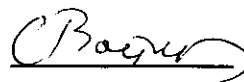
В качестве единственных недостатков работы можно назвать отдельные опечатки (напр., в слове «результат» на стр. 110), пропущенные знаки препинания, дефекты вёрстки (стр. 115, 127). Указанные недостатки несколько не влияют на положительную оценку диссертации.

Диссертация И. В. Белошапки "О теории гармонических отображений в группы петель и теории представлений дискретных нильпотентных групп" отвечает всем требованиям Положения о порядке присуждения ученых степеней ВАК, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор Иулия Валериевна Белошапка заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности: 01.01.06 --- математическая логика, алгебра и теория чисел, 01.01.01 --- вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Отзыв подготовлен И. Б. Жуковым, обсужден и одобрен на заседании кафедры высшей алгебры и теории чисел Санкт-Петербургского государственного университета «29» января 2016 г. (протокол №2).

И. о. заведующего кафедрой высшей алгебры

и теории чисел проф., д.ф.-м.н.



С. В. Востоков

Профессор кафедры высшей алгебры

и теории чисел, д.ф.-м.н.



И. Б. Жуков

Сведения о ведущей организации:

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет»

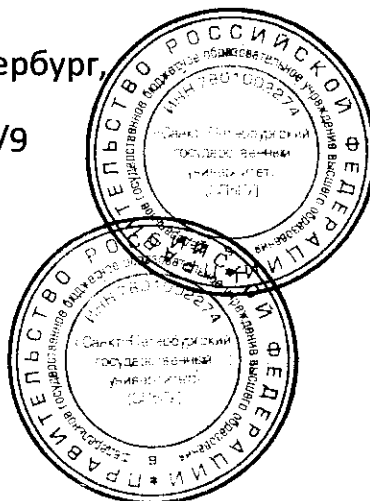
Россия, 199034, Санкт-Петербург,

Университетская наб., д. 7/9

Тел.: +7 (812) 328-20-00

Эл. почта: [spbu@spbu.ru](mailto:spbu@spbu.ru)

Сайт: [spbu.ru](http://spbu.ru)



С. В. Востоков

29.01.2016

И. Б. Жуков

29.01.2016