УТВЕРЖДАЮ
Проректор по научной работе
Федерального государственного
бюджетного образовательного учреждения
высшего образования "Санкт-Петербургский
государственный университет"
Сергей Витальевич АПЛОНОВ

"19" ноября 2018 г.

ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

-Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет»
на диссертационную работу
БАЛИЦКОГО Алексея Михайловича
«Кратчайшие замкнутые бильярдные траектории в выпуклых телах в нормированных пространствах»,
представленную на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.09 — Дискретная математика и математическая кибернетика

Диссертация Алексея Балицкого находится на стыке дискретной, выпуклой и симплектической геометрии, а также комбинаторики многогранников. Элементарными и элегантными методами автору удаётся получить ряд важных результатов, связанных с кратчайшими бильярдными траекториями и через известное ранее соответствие Артштайн-Авидан и Островера — с такими центральными вопросами, как гипотеза Витербо о симплектических ёмкостях и гипотеза Малера о минимуме произведения объёмов тела и его поляры.

Кратко перечислим их.

В первой главе предложенная в евклидовом случае Д. и К. Бездеками полезная геометрическая характеристика кратчайших бильярдных траекторий (как кратчайших ломаных, которые не могут быть параллельным переносом помещены внутрь тела) обобщается на случай произвольных норм. Ценность этого результата подтверждается рядом почти непосредственных следствий (монотонность, симметричность, супераддитивность относительно сложения по Минковскому) о длинах кратчайших траекторий, которые априори совершенно не очевидны. Эти следствия не только важны сами по себе, но и убеждают в продуктивности предложенного подхода в общем. Эта глава содержит также краткий, но очень содержательный обзор понятий и результатов теории симплектических ёмкостей, идущей от М. Л. Громова, а также объясняет связь с тематикой работы (бильярдными траекториями.)

Во второй главе излагается красивая теорема о существовании замкнутых бильярдных траекторий в так называемых остроугольных телах (обобщающих остроугольные треугольники, в которых бильярдная траектория образована основаниями высот.) Кроме того, доказывается, что обобщённая бильярдная траектория является классической (не проходит через особые точки) в случае, если число звеньев в ней ровно на 1 превышает размерность пространства. Это общее утверждение устанавливается и для неевклидовых норм — по существу только гладкость и строгая выпуклость.

В третьей главе приводится ряд конкретных, но важных и нетривиальных примеров равенства в гипотезе Витербо, которая для ёмкости Хофера – Цендера для лагранжева произведения двух выпуклых тел может быть рассмотрена как (гипотетическая) верхняя оценка длины бильярдной траектории в одном выпуклом теле, когда второе служит единичным шаром используемой нормы. Таким примером служит пара пермутоэдра и симплекса, а также — обобщение предыдущего примера — графического зонотопа и соответствующего ему симплекса. Последний результат, как видно из доказательства, можно рассматривать как геометрическую версию матричной теоремы о деревьях Кирхгофа. Кроме того, в той же третьей главе гипотеза Витербо доказывается в некоторых интересных случаях — в частности, когда одно из тел — куб. Доказательства нетривиальны, воодушевляет появление в них разбиений Вороного и триангуляций Делоне. Завершается третья глава изучением кратчайших траекторий в телах Ханнера, что вызывает особый интерес в связи с тем, что именно для них достигается равенство в гипотезе Малера.

В целом диссертация производит цельное и сильное впечатление. Её результаты и методы могут и должны быть использованы в исследованиях, проводимых в ведущих математических центрах как в нашей стране (МФТИ, СПбГУ, МГУ, МИАН, ПОМИ РАН, ВШЭ, НГУ и др.) так и за рубежом. Текст написан ясно и достаточно аккуратно. Он, однако, не лишён некоторых неточностей и недостатков («Его распространить на негладкий случай предельный переходом в метрике Хаусдорфа», «Обозначим через by H_1 and H_2 опорные гиперплоскости», «теорема 2.1.13 обобщается на неевклидов случай, т.е. когда является произвольным выпуклым телом», спорно выглядят повторения фрагментов введения в главах). Они никоим образом не снижают общую высокую оценку работу. Безусловно, её автор является сложившимся математиком и полностью заслуживает присуждения учёной степени по специальности 01.01.09 — дискретная математика и математическая кибернетика.

Диссертация обсуждалась на научном заседании лаборатории им. П.Л. Чебышева 15 ноября 2018 года (протокол заседания №8) и получила положительную оценку. Отзыв подготовлен кандидатом физико-математических наук доцентом Фёдором Владимировичем Петровым.

Адрес организации:
Российская Федерация, 199034, Санкт-Петербург,
Университетская наб., д. 7/9
Тел.: +7(812)3241258
Эл. почта: s.aplonov@spbu.ru
Веб-сайт: http://spbu.ru

Баранов Антон Дмитриевич
доктор физико-математических наук
Заведующий исследовательской лабораторией
им. П. Л. Чебышева СПбГУ
Тел.: +7(812)3636871
Эл. почта: anton.d.baranov@gmail.com

Петров Фёдор Владимирович
кандидат физико-математических наук
доцент СПбГУ
Тел.: +7(812)3636871
Эл. почта: f.v.petrov@spbu.ru

ЛИЧНУЮ ПОДПИСЬ ЗАВЕРЯЮ
НАЧАЛЬНИК ОТДЕЛА КАДРОВ №3
Н.И. МАШТЕПА
28.11.2018