

ОТЗЫВ

официального оппонента Решетихина Николая Юрьевича
на диссертацию Слепцова Алексея Васильевича "Симметрии квантовых
инвариантов узлов и квантовых б_j-символов", представленную на соискание
ученой степени доктора физико-математических наук по специальности
01.04.02 – «теоретическая физика».

Представленная А.В.Слепцовым диссертационная работа посвящена исследованию корреляционных функций теории Черна-Саймонса и разработке методов теории групп для их точного вычисления. Данные корреляционные функции представляют из себя квантовые инварианты узлов и играют важную роль в теории инвариантов. Для квантовых инвариантов узлов существует несколько эквивалентных описаний на языке различных моделей таких, как конформная теория поля, интеграл Концевича, теория квантовых групп и теория топологических струн. Таким образом, квантовые инварианты узлов являются точкой пересечения нескольких направлений исследований, что позволяет находить новые дуальности и соотношения между различными теориями, а также применять и создавать новые методы исследования.

Теория Черна-Саймонса является очень важным примером неабелевой квантовой теорией поля, поскольку на ее примере можно увидеть, как методы теории групп позволяют точно вычислять ее корреляционные функции. В то время как пертурбативный подход к теории Черна-Саймонса содержит совершенно стандартные методы и величины характерные для любой подобной теории Янга-Миллса, то непертурбативный подход описывается с помощью теории квантовых групп, которая содержит R-

определенных значениях N . Обсуждается, как возникает эта симметрия из теории представлений супералгебр, а также какие ограничения она накладывает на общую теоретико-групповую структуру пертурбативного разложения в теории Черна-Саймонса. Показан вывод симметрии из гипотезы о собственных значениях.

Во второй главе представлено вычисление квантовых инвариантов крендельных узлов и зацеплений, раскрашенных симметрическими представлениями. Вычисление проведено в формализме конформной теории поля Весса-Зумино-Виттена (ВЗВ). Важное наблюдение автора, благодаря которому удалось получить результат, состоит в том, что процедура топологической склейки крендельных узлов из четырехнитевой косы рациональных узлов переносится на функциональный интеграл теории ВЗВ. Следовательно, для вычисления крендельных узлов требуются те же данные, что и для вычисления рациональных узлов: собственные значения сплетающего оператора и особый тип квантовых $6j$ -символов, названный автором эксклюзивным. Найденные автором явные формулы для таких $6j$ -символов в симметрическом представлении позволяют вычислять квантовые инварианты произвольных крендельных узлов, раскрашенных симметрическими представлениями. С помощью полученных инвариантов дана классификация крендельных узлов в рамках стандартной классификационной таблицы Рольфсена.

В третьей главе автор детально исследует влияние полученных симметрий на теоретико-групповые структуры раскрашенных полиномов ХОМФЛИ в специальном пределе $A=1$. Этот предел играет важную роль в теории полиномиальных инвариантов узлов, поскольку позволяет получить знаменитый полиномом Александра. Автор устанавливается

соответствие между дисперсионными соотношениями односолитонной тау-функции иерархии Кадомцева-Петвиашвили (КП) и групповыми факторами цветного полинома Александра. Используя данное соответствие, представлено достаточно простое комбинаторное описание групповых факторов в терминах диаграмм Юнга.

В четвертой главе автор приводит многочисленные примеры вычислений спектра БПС состояний в рамках гипотезы о топологической струнной дуальности, которая связывает теорию Черна-Саймонса с топологической теорией струн на разрешенном конифолде – некомпактном многообразии Калаби-Яу. Вычисления проводятся как для группы $SU(N)$, так и для группы $SO(N)$. Полученные результаты подтверждают все имеющиеся гипотезы о целочисленности коэффициентов разложения по родам статсуммы Оогури-Вафы, которая является производящей функцией для всех раскрашенных квантовых инвариантов фиксированного узла или зацепления. Кроме того, на основе полученных результатов автор формулирует интересную гипотезу о гауссовском распределении этих коэффициентов разложения. Обсуждаются различные свидетельства в поддержку этого наблюдения, которое, вероятно, подразумевает, что БПС состояния, которые определяют амплитуды ориентированной топологической струны, на самом деле могут быть составными частями, сделанными из еще более элементарных объектов.

Пятая глава довольно обширная и состоит из одиннадцати разделов. В ней автором представлен метод, позволяющий находить новые симметрии квантовых $6j$ -символов. Этот оригинальный метод, разработанный автором, проистекает из конкретной схемы доказательства гипотезы о собственных значениях для квантовой алгебры $sl(2)$. Само доказательство разобрано в деталях, что позволяет хорошо понять идею метода построения новых

симметрий, основанного на эквивалентности гипотезы о собственных значениях и симметриях $6j$ -символов. Автор детально показывает, как работает метод для разных классов $6j$ -символов. Важно подчеркнуть, что метод позволяет находить только матричные симметрии, то есть это симметрии между целыми матрицами $6j$ -символов, а не между отдельными матричными элементами. С одной стороны, это означает, что должны быть еще неизвестные симметрии между отдельными матричными элементами, с другой стороны, с точки зрения вычисления квантовых инвариантов узлов в первую очередь интересны именно матричные симметрии. Это позволяет автору вычислять значения квантовых инвариантов для ранее недоступных представлений. Далее для каждой найденной симметрии автор находит и обсуждает различные интересные свойства $6j$ -символов, например, анализирует связь с q -гипергеометрическими функциями и ортогональными многочленами или изучает асимптотику Понцано-Редже для больших представлений.

В заключении приведены основные результаты диссертации, а в приложении изложены необходимые элементы теории узлов.

К недостаткам работы можно отнести то, что недостаточно места уделено квазиклассическим асимптотикам $3j$ и $6j$, но этому есть естественное объяснение: это отдельная важная тема, а в диссертации уже достаточно первоклассных результатов. Это замечание нужно скорее рассматривать как одно из возможных направлений для дальнейших исследований.

Представленная диссертация является законченным научным исследованием, а ее автор проявил себя как вполне сложившийся исследователь. Все основные результаты диссертации своевременно опубликованы в зарубежных и отечественных журналах и докладывались на

международных научных конференциях. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Резюмируя, можно с уверенностью сказать, что диссертация "Симметрии квантовых инвариантов узлов и квантовых б_j-символов" удовлетворяет всем требованиям Положения о присуждении учёных степеней, утвержденного Постановлением Правительства РФ от 24 сентября 2013 г. №842, а ее автор Слепцов Алексей Васильевич заслуживает присуждения искомой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.04.02 – «теоретическая физика».

Доктор физико-математических наук
главный научный сотрудник
кафедры квантовой механики физического факультета

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Санкт-Петербургский государственный университет" 198504, Санкт-Петербург, Петродворец, Ульяновская 1, НИИФ СПбГУ, теоротдел, тел. +7 812 4284552, e-mail: reshetik@math.berkeley.edu

06 июня 2022 года

Н.Ю.Решетихин

Подпись д.ф.м.н., г.н.с. Н.Ю.Решетихина удостоверяю:

Консес
06.06.2022

И.о. начальника
отдела кадров № 3
И.И. Константинова

Ученый секретарь
физического факультета СПбГУ



А.А.Лезова

Текст документа размещен
в открытом доступе
на сайте СПбГУ по адресу
<http://spbu.ru/science/expert.htm!>

Документ подготовлен
в порядке исполнения
трудовых обязанностей