ВЫПИСКА

13 февраля 2024 года №1

из протокола заседания
Ученого совета Факультета математики и компьютерных наук

Подлинник протокола находится в делах Ученого совета

Председатель Ученого совета: декан факультета, профессор С.В.Иванов
Ученый секретарь – доцент В.А.Петров
Присутствовало 7 (из 9) членов Ученого совета

СЛУШАЛИ: О выдвижении на премию РАН имени А.А. Маркова

ЗАКЛЮЧЕНИЕ: На основании открытого голосования («за» - 7, против - нет, воздержались - нет) за цикл работ по алгебраическим методам комбинаторики считать рекомендованным к выдвижению в качестве кандидата на присуждение премии Российской академии наук имени А.А. Маркова доктора физико-математических наук профессора **ПЕТРОВА Федора Владимировича.**

Председатель Ученого совета С.В.Иванов

Ученый секретарь В.А.Петров

Верно:
Ученый секретарь В.А.Петров
«13» февраля 2024г.

Представление
Фёдора Владимировича Петрова
на премию Маркова РАН
за цикл работ по алгебраическим методам комбинаторики

Фёдор Владимирович Петров — один из самых сильных математиков России своего поколения.

Его научные интересы не ограничиваются одним разделом математики. Он имеет важные результаты в комбинаторике, теории чисел, геометрии, эргодической теории, функциональном анализе.

На премию им. Маркова выдвигается цикл работ Ф. В. Петрова, в которых раскрываются глубокие связи между алгеброй и комбинаторикой.

В [1] Петров предложил использовать комбинаторную теорему о нулях Алона, изложенную в виде явной формулы типа формулы следа Эйлера – Якоби, для вычисления коэффициентов многочленов. В частности, в [1] было предложено короткое доказательство этим методом знаменитой гипотезы Дайсона о свободном коэффициенте произведения $\prod_{i\neq j}(1-x_i/x_j)^{a_i}$. Оказалось, что это доказательство гипотезы Дайсона, по сравнению с известными ранее, очень гибкое в смысле возможных обобщений. Так, оно практически без изменений работает для считавшейся гораздо более сложной q-версии гипотезы Дайсона — это заметили Д. Кароли и З. Надь. Более того, независимые, а затем совместные исследования привели к работе [2], в которой решена и обобщена старая гипотеза П. Форрестера (1995). Питер Форрестер, как и Фримен Дайсон — физик, их гипотезы о коэффициентах рядов Лорана — или, что эквивалентно, об интегралах типа Сельберга, — возникли в квантовой электродинамике. Гипотеза Форрестера привлекала большое внимание специалистов по комбинаторике — был ряд работ, в которых решались её частные случаи. Это показывает силу и универсальность предложенного Петровым подхода.

Некоторая модификация обсуждаемого метода позволила [6] единообразно получить многие старые и некоторые новые тождества для числа путей в градуированных графах, первым из которых служит знаменитая формула крюков для числа путей в графе диаграмм Юнга. В работах [4, 5, 7] применяется та же техника к традиционным задачам аддитивной комбинаторики, а в [8, 12, 13] — к теории графов. В [9] получены основанные на схожих идеях формулы для разделённых разностей в широком классе новых случаев.

Очень похожий метод (открытый независимо в другой форме и в сочетании с другими идеями) применили Э. Крут, В. Лев и П. Пах в недавней прорывной работе по оценке в теореме Рота для группы $\mathbb{Z}_4^n$. Петров соединил их рассуждения со старыми идеями Дж. Олсона и связал множества без прогрессий в группе и делители нуля в её групповой алгебре. Это позволило как улучшить известные результаты для абелевых p-групп, так и обобщить их на некоммутативный случай. Вот одна из теорем: *при данном простом нечетном p существует число $\theta > 0$ такое, что при всяком n любое подмножество A группы G верхнеунитреугольных $n \times n$ матриц над $\mathbb{F}_p$, содержащее хотя бы $|G|^{1-\theta}$ элементов, содержит нетривиальное решение уравнения $xy^{-2}z = 1$.*

Эта теория изложена в [16]. В [10] получены рекордные на сегодня оценки для таких вопросов для абелевых 2-групп.

Глубокое понимание полиномиальной интерполяции позволило ответить [3] и на вопрос Дугласа Хенсли (1977): доказано, что *лишь для конечного количества натуральных n кольцо целых гауссовых чисел $\mathbb{Z}]i]$ содержит множество A из $n+1$ точки, целозначность значений многочлена n-ой степени на котором влечёт целозначность на всём кольце $\mathbb{Z}[i]$.*

Работа [15] относится к теории вещественно устойчивых многочленов, вызывающей большой интерес в связи с многочисленными комбинаторными приложениями. В ней доказан неожиданная характеризация известного класса дистанционно наследственных графов (то есть связных графов, в которых все геодезические между двумя точками имеют равную длину): это в точности класс графов, для которых перечислитель остовных деревьев по степеням вершин является веественно устойчивым многочленом (то есть не обращается в 0, когда переменные принимают значения в верхней полуплоскости).

Важная область, находящаяся на стыке комбинаторики и алгебры — теория матроидов и подобных структур. В работе [11] построена общая комбинаторная теория, включающая арифметическую теориию P-упорядочиваний М. Бхаргавы. Замечательное усиление теоремы Крускала о минимальности тензорных разложений и много приложений к разным типам тензорных рангов получено в [14] с помощью идей теории матроидов.

Петров работает профессором и руководит магистерской программой “Современная математика” на факультете математики и компьютерных наук СПбГУ, читает ряд оригинальных курсов. Под его руководством защищены три кандидатские диссертации (Павел Борисович Затицкий, Данила Дмитриевич Черкашин, Алексей Сергеевич Гордеев) и ряд дипломных работ. Он много занимается олимпиадами для школьников и студентов, входит в методические комиссии Санкт-Петербургской и Всероссийской олимпиад школьников, тренирует сборную России на международной олимпиаде школьников по математике. Студенты СПбГУ под его руководством неоднократно занимали самые высокие места на международных студенческих соревнованиях. Он автор многих олимпиадных задач и научно-популярных статей, основой для которых часто служат его исследования.

Петров является экспертом РАН, экспертом РНФ, членом редакционных коллегий ведущих журналов “Алгебра и Анализ” и “Функциональный анализ и его приложения”, членом учёного совета СПБГУ и экспертного совета центра “Сириус”.

Его работа отмечена премиями Санкт-Петербургского математического общества и правительства Санкт-Петербурга.

Вне всяких сомнений Фёдор Владимирович Петров заслуживает присуждения премии Маркова РАН.

Список литературы

[1] R. Karasev, F. Petrov. Partitions of nonzero elements of a finite field into pairs. *Isr. J. Math.* **192**, 143–156. (2012)

[2] G. Károlyi, Z.-L. Nagy, F. V. Petrov, V. Volkov. A new approach to constant term identities and Selberg-type integrals. *Adv. Math.* **277**, 252–282. (2015)

[3] V. V. Volkov, F. V. Petrov. On the interpolation of integer-valued polynomials. *J. Numb. Theor.* **133** (12), 4224–4232. (2013)

[4] F. Petrov. Combinatorial Nullstellensatz approach to polynomial expansion. *Acta Arith.* **165**, 279–282. (2014)

[5] В. В. Волков, Ф. В. Петров. Некоторые обобщения теоремы Коши–Дэвенпорта. *Зап. научн. сем. ПОМИ* **432**, 105-110. (2015)

[6] F. Petrov. Polynomial approach to explicit formulae for generalized binomial coefficients. *Europ. J. of Math.* **2** (2), 444–458. (2016)

[7] F. Petrov. Restricted product sets under unique representability, *Mosc. J. Comb. Numb. Th.* **7** (1), 73–78. (2017)

[8] F. Petrov. General parity result and cycle-plus-triangles graphs. *J. Graph Th.* **85** (4), 803–807. (2017)

[9] F. Petrov. Combinatorial and Probabilistic Formulae for Divided Symmetrization. *Discr. Math.* **341** (2), 336–340. (2018)

[10] F. Petrov, C. Pohoata. Improved bounds for progression-free sets in C_8^n. *Isr. J. Math.* **236**, 345–363. (2020)

[11] D. Grinberg, F. Petrov. A greedoid and a matroid inspired by Bhargava's p-orderings. *Elect. J. Comb.* **28** (3), P3.6. (2021)

[12] F. Petrov, A. Gordeev. Alon–Tarsi numbers of direct products. *Mosc. J. Comb. Numb. Th.* **10** (4), 271–279. (2021)

[13] A. Gordeev, Z. Li, F. Petrov, Z. Shao. The Alon–Tarsi Number of A Toroidal Grid. *Europ. J. Comb.* **111**, 103697 (2023)

[14] B. Lovitz, F. Petrov. A generalization of Kruskal's theorem on tensor decomposition. *Forum of Math., Sigma* **11**, e27. Published online: 05 April 2023 (2023)

[15] D. Cherkashin, F. Petrov, P. Prozorov. On stability of spanning tree degree enumerators. *Discr. Math.* **346**, 113629. (2023)

[16] Ф. В. Петров. Комбинаторные следствия многих делителей нуля в групповом кольце. *Функц. анал. прил.* **58** (1), 104–116. (2024)