ПРАВИТЕЛЬСТВО РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

(СПбГУ)

ПРИКАЗ

23.01.2020 № 317/1

Об утверждении методики проведения и критериев оценивания для аттестации претендентов на восстановление и перевод по образовательной программе бакалавриата «Математика»

В соответствии с Правилами обучения по основным образовательным программам бакалавриата, специалитета, магистратуры и среднего профессионального образования в Санкт-Петербургском государственном университете, утвержденными приказом от 29.01.2016 № 470/1, приказом от 12.12.2018 № 11980/1 «Об утверждении Положения об организации деятельности Центральной комиссии по переводам и восстановлениями, Комиссии по принятию решений о переводе с платного обучения на бесплатное и Комиссий по приему документов в целях осуществления переводов и восстановлений», а также в соответствии с пунктом 5.1.9 приказа от 08.08.2008 № 1093/1 «О распределении полномочий между должностными лицами СПбГУ» (с последующими изменениями и дополнениями)

ПРИКАЗЫВАЮ:

1. Утвердить Методику проведения и критерии оценивания для аттестационного испытания для претендентов на переводы и восстановления по образовательным программам высшего образования бакалавриата «Математика» (Приложение).
2. Считать утратившим силу приказ проректора по учебно-методической работе от 07.08.2017 № 8063/1.
3. Начальнику Управления по связям с общественностью Зайнуллину Т.Т. обеспечить размещение настоящего приказа на портале СПбГУ не позднее одного рабочего дня с даты издания настоящего приказа.
4. За разъяснением содержания настоящего приказа следует обращаться посредством сервиса «Виртуальная приемная» на сайте СПбГУ к первому проректору по учебной и методической работе.
5. Предложения по изменению и/или дополнению настоящего приказа направлять по адресу org@spbu.ru.
6. Контроль исполнения настоящего приказа оставляю за собой.

Основание: поручение профессора, заместителя председателя Совета образовательной программы бакалавриата «Математика» Белова Ю.С. от 03.12.2019 №06-334.

Первый проректор по
учебной и методической работе М.Ю. Лаврикова

Приложение к приказу первого проректора
по учебной и методической работе
от 23.01.2020 № 317/1

Методика проведения и критерии оценивания аттестационного испытания для претендентов на переводы и восстановления по основной образовательной программе бакалавриата «Математика»

1. Аттестационные испытания для претендентов на переводы и восстановления по образовательной программе бакалавриата «Математика» проводятся в очной форме и состоят из двух частей:
   1.1. Письменная часть (50% от итоговой оценки),
   1.2. Устная часть в форме собеседования на русском языке (50% от итоговой оценки).

2. Письменная часть вступительного испытания состоит из 25 заданий, соответствующих пяти темам (приложение), пять заданий по каждой из пяти тем. Каждое задание оценивается в один балл. Претендент перед письменным испытанием выбирает три темы из предложенных пяти. Итоговая оценка за письменную часть является суммой баллов за выполненные задания по трем выбранным претендентом темам. Таким образом, максимально возможное количество баллов, которое может набрать абитуриент за письменную часть вступительного испытания, – 15 баллов. Продолжительность данного этапа составляет 2 часа.

3. Устная часть вступительного испытания предусматривает прохождение претендентами собеседования с комиссией. На собеседовании комиссией оценивается мотивация к обучению в СПбГУ. Оценка от 0 до 7 баллов ставится в случае, если поступающий не может ответить на большинство вопросов комиссии или ответы на вопросы даются без достаточной аргументации, демонстрирует недостаточно мотивированный выбор учебного заведения и программы обучения. Оценка от 8 до 14 баллов ставится в случае, если поступающий в целом демонстрирует мотивированное поведение, но может затрудняться охарактеризовать и/или аргументировать свою позицию по некоторым вопросам комиссии относительно мотивации. Максимальная оценка – 15 баллов – ставится, если поступающий полностью понимает свою траекторию обучения, может объяснить выбор программы в аргументированной форме, приводит примеры, дает исчерпывающие и последовательные ответы на вопросы комиссии.

4. Результатом аттестационных испытаний является набранное количество баллов.

5. Для успешного прохождения собеседования необходимо набрать 20 баллов.

Приложение к Методике проведения и критериям оценивания аттестационного испытания для претендентов на перевод и восстановление по образовательной программе бакалавриата «Математика», утвержденной приказом от 23.01.2020 № 317/1

Содержание основных тем.

Тема 1. Алгебра

Кольца, подкольца, идеалы. Теорема о гомоморфизме. Кольцо многочленов, теорема Безу. Факториальность кольца многочленов над полем. Векторные пространства. Линейная зависимость. Существование базиса в векторном пространстве. Линейные отображения. Ранг линейного отображения, теорема Кронекера-Капелли. Собственные числа и характеристический многочлен. Теорема Гамильтона-Кэли. Нильпотентные операторы. Жорданова нормальная форма над комплексными числами

Тема 2. Геометрия и топология

Евклидовы пространства, скалярное произведение, расстояния, углы. Аффинные и ортогональные преобразования, движения. Кривые и поверхности второго порядка. Кривизна кривой на плоскости, кривизна и кручение пространственной кривой, формулы Френе. Метрические и топологические пространства, непрерывные отображения топологических пространств. Связность, линейная связность, компактность. Гомотопии отображений. Фундаментальная группа топологического пространства. Фундаментальная группа окружности.

Тема 3. Теория вероятностей

Аксиомы теории вероятностей, дискретные пространства, примеры вероятностных пространств, основные свойства вероятностей, условная вероятность, формула полной вероятности и формулы Байеса, независимость случайных событий, испытания Бернулли, формулы Бернулли, пуассоновское приближение в схеме Бернулли, дискретные случайные величины и их распределения, математическое ожидание, дисперсия, неравенство Чебышева, закон больших чисел Бернулли, теорема Вейерштрасса, предельная теорема Муавра в схеме Бернулли, случайное блуждание на Z, производящие функции.

Тема 4. Математический анализ

Пределы последовательностей и функций, верхние и нижние пределы, бесконечные пределы, сходимость рядов, асимптотические оценки, непрерывные функции, дифференцируемость, производная, монотонность, локальные экстремумы, старшие производные и формула Тейлора, первообразная, интеграл Римана, формула Ньютона-Лейбница, предельный переход под знаком интеграла, экспонента и логарифм, несобственные интегралы, признаки сходимости.

Тема 5. Теоретическая информатика и дискретная математика

Деревья. Связность графов. Паросочетания. Раскраски графов. Планарные графы. Теория Рамсея. Перечислительная комбинаторика. Производящие функции. Полиномиальный метод. Аддитивная комбинаторика. Понятие алгоритма. Машина Тьюринга. Существование неразрешимых задач. Метод динамического программирования, алгоритм для нахождения наибольшей общей подпоследовательности. Метод "разделяй и властвуй": быстрое умножение, быстрое умножение матриц.

Примеры задач по алгебре

1. Покажите, что если H – собственная подгруппа группы G, то дополнение G\H порождает G.
2. Пусть T_n - группа обратимых верхнетреугольных матриц $n \times n$ с коэффициентами в поле F. Пусть U_n - подгруппа T_n, состоящая из матриц с единицами на диагонали. Покажите, что U_n - нормальная подгруппа, и докажите, что $T\_n/U\_n \simeq (F^x)^n$, где F^x - группа обратимых элементов поля.
3. Пусть $x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_n$ - набор элементов поля F, M – матрица $n \times n$, $M_{ij} = x_i + y_j$. Покажите, что ранг M не превосходит 2.
4. Пусть V - конечномерное векторное пространство над полем F, λ, $\mu \in V^*$. Покажите, что, если для всех $v \in V$ верно $\lambda(v)\ \mu(v) = 0$, то либо $\lambda = 0$, либо $\mu = 0$.
5. Для $m \in \mathbb{N}$ обозначим через S_m число остатков по модулю m, являющихся квадратами (например, 2 - квадрат по модулю 7). Покажите, что, если натуральные числа m и n взаимно просты, то $S_{mn} = S_m\ S_n$.

Примеры задач по геометрии и топологии

1. Докажите, что любое отображение из дискретного пространства является непрерывным.
2. Перечислите все топологии на двухточечном множестве.
3. Докажите, что сумма двух метрик (заданных на одном множестве) является метрикой.
4. Найдите плоскость, проходящую через (1,0,0), параллельную прямой x=y=z и перпендикулярную плоскости 2x-y+z-1=0.
5. Докажите, что эллипс и гипербола с общими фокусами перпендикулярны.

Примеры задач по теории вероятностей

1. Брошено 6 костей. Постройте вероятностное пространство и найдите вероятности следующих событий:
   A = {среди выпавших нет четвёрок}
   B = {выпало ровно три четвёрки}
   C = {выпала хотя бы одна четвёрка}
   D = {все цифры выпали хотя бы по одному разу}
2. Каждый из двух игроков подбрасывает правильную монету n раз. С какой вероятностью у обоих выпадет одинаковое число "орлов"? Что будет, если монета "неправильная"?
3. Расчёты двух орудий стреляют по трём самолётам, выбирая цель с равными вероятностями 1/3 и независимо друг от друга. Чему равна вероятность того, что сбит ровно один самолёт, если вероятность попадания из орудий равна 0.2 и 0.3 соответственно?
4. Пусть $n \geq 3$. Случайные величины $X_1, \dots, X_n$ независимы и имеют одинаковые распределения: $X_j = 1$ с вероятностью p, $X_j = -1$ с вероятностью 1-p. Рассмотрим круговую сумму $S= X_1\ X_2+X_2X_3+\dots +X_{n-1}X_n+X_nX_1$. Найдите $\mathbb{E}S^2$. Вычислите значение $\mathbb{E}S^2$ при n=12, p=1/3.
5. Правильную монетку бросают до тех пор, пока орёл не выпадет дважды подряд. Найдите математическое ожидание числа сделанных бросков.

Примеры задач по математическому анализу

1. Найдите предел $\lim_{x\to 0}\frac{\sin(\sin(x)) - x\sqrt[3]{1-x^2}}{x^5}$.
2. Найдите первообразную $\int x\sqrt{1+x}\,dx$.
3. Сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n}{n^2+\sin(n)}$?
4. Является ли функция $\frac{\sin x}{x}$, доопределённая в нуле по непрерывности, липшицевой на $\mathbb{R}$?
5. Найдите предел $\lim_{n\to+\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\sin\left(\frac{k}{n}\right)\cos\left(\frac{2k}{n}\right)$.

Примеры задач по теоретической информатике и дискретной математике

1. Покажите, что всякий граф с числом вершин n и числом ребер m содержит независимое множество с числом вершин не менее $\frac{n^2}{4m}$.
2. Пусть за круглым столом сидит по k представителей каждой из n стран. При каких k можно выбрать в каждой стране по представителю так, чтобы никакие двое выбранных не сидели рядом?
3. Докажите, что матроид разрезов графа (т.е. независимые множества - подмножества ребер графа, такие что удаление подмножества не увеличивает число компонент связности) действительно является матроидом.
4. Построить машину Тьюринга, распознающую степени двойки, заданные в унарной записи.
5. Построить алгоритм для нахождения наибольшей общей подпоследовательности трёх строк.