

---

В. В. КОЛБИН

# МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ КОЛЛЕКТИВНОГО ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

*Учебное пособие*



САНКТ-ПЕТЕРБУРГ • МОСКВА • КРАСНОДАР  
2015

---

ББК 22.18я73  
К 60

**Колбин В. В.**  
**К 60** Математические методы коллективного принятия решений: Учебное пособие. — СПб.: Издательство «Лань», 2015. — 256 с. — (Учебники для вузов. Специальная литература).

**ISBN 978-5-8114-1815-2**

Рассматриваются различные модели, методы и подходы, используемые при парных экспертных оценках (ПЭО). Модель Терстоуна, методики Шеффе и Саати в линейных случаях. Приведены адаптивный, мультипликативный и комбинаторные методы ПЭО, показано агрегирование индивидуальных предпочтений в условиях определенности и неопределенности. Описаны процессы принятия решений при нечетком отношении предпочтений на множестве альтернатив, подходы к агрегированию коллективных предпочтений, процедура Борда и правило Кондорсе.

Приведены примеры и алгоритмы агрегирования предпочтений. Исследованы методы манипулирования при голосовании со стороны организатора голосования, избирателей и кандидатов, манипулирование схемами голосования. Работа содержит многочисленные примеры.

Учебное пособие рекомендовано для студентов, обучающихся по направлениям подготовки: «Прикладная математика», «Прикладная математика и информатика», «Прикладная информатика», «Бизнес-информатика» и «Экономика».

**ББК 22.18я73**

**Издается в авторской редакции**

**Рецензент**

**С. Е. МИХЕЕВ** — доктор физико-математических наук,  
профессор кафедры информационных систем  
Санкт-Петербургского государственного университета.



**Обложка**  
**Е. А. ВЛАСОВА**

© Издательство «Лань», 2015  
© В. В. Колбин, 2015  
© Издательство «Лань»,  
художественное оформление, 2015



Предисловие	7
Введение	9
<b>I Парные экспертные оценки (ПЭО)</b>	<b>19</b>
<b>1 Линейная модель</b>	<b>19</b>
1.1 Основные модели . . . . .	19
1.1.1 Введение . . . . .	19
1.1.2 Линейная модель . . . . .	21
1.1.3 Общие свойства линейной модели . . . . .	22
1.1.4 Модель Терстоуна . . . . .	24
1.1.5 Процедура измерения . . . . .	26
1.2 Многомерные парные сравнения . . . . .	40
1.2.1 Многомерные парные сравнения . . . . .	40
1.2.2 Связи в методе парных сравнений . . . . .	44
1.2.3 Методика Шеффе . . . . .	56
1.3 Метод Саати . . . . .	59
1.3.1 Введение . . . . .	59
1.3.2 Обоснование метода . . . . .	61
1.3.3 Алгоритм . . . . .	67
1.3.4 Математическое описание . . . . .	72
<b>2 Методы парных экспертных оценок (ПЭО)</b>	<b>85</b>
2.1 Аддитивный и мультипликативный методы ПЭО . . . . .	85
2.1.1 Число Фробениуса-Перрона и его свойства . . . . .	91
2.1.2 Разложимые и неразложимые матрицы . . . . .	93

---

2.1.3	Аддитивный метод парных экспертных оценок	101
2.1.4	Мультипликативный метод парных экспертных оценок . . . . .	112
2.1.5	Сравнение аддитивного и мультипликативного МПЭ оценок . . . . .	121
2.1.6	Анализ работы при аддитивном МПЭ оценок .	122
2.2	Комбинаторные методы . . . . .	125
2.2.1	Виды методов . . . . .	125
2.2.2	Планирование эксперимента . . . . .	129
2.2.3	Планы парных сравнений со связями (цепные)	136
<b>II</b>	<b>Модели социального выбора</b>	<b>140</b>
<b>1</b>	<b>Агрегирование индивидуальных предпочтений</b>	<b>140</b>
1.1	Агрегирование индивидуальных предпочтений в условиях определённости . . . . .	142
1.1.1	Модель принятия решений в условиях определённости . . . . .	142
1.1.2	Агрегирование индивидуальных предпочтений в условиях определенности . . . . .	143
1.2	Агрегирование индивидуальных предпочтений в условиях неопределённости . . . . .	147
1.2.1	Модель принятия решения в условиях неопределённости . . . . .	147
1.2.2	Агрегирование индивидуальных предпочтений в условиях неопределённости . . . . .	149
1.3	Принятие решений при нечетком отношении предпочтений на множестве альтернатив . . . . .	153

---

1.3.1	Рациональный выбор альтернатив с учётом свёртки критериев . . . . .	159
1.3.2	Рациональный выбор альтернатив с учетом набора признаков . . . . .	162
<b>2</b>	<b>Агрегирование коллективных предпочтений</b>	<b>164</b>
2.1	Процедуры, использующие в качестве вспомогательной коллективной структуры шкалу . . . . .	166
2.1.1	Процедура Борда . . . . .	166
2.1.2	Правило относительного большинства . . . . .	171
2.1.3	Плюралитарная процедура [12] . . . . .	173
2.2	Процедуры, учитывающие индивидуальные полезности вариантов . . . . .	174
2.2.1	Правило Кондорсе . . . . .	175
2.2.2	Правила агрегирования Коупленда и Симпсона	180
2.3	Процедуры с исключением из рассмотрения части вариантов . . . . .	181
2.3.1	Процедура голосования с последовательным исключением . . . . .	182
2.3.2	Процедура попарного сравнения со status quo	182
2.3.3	Правило параллельного исключения . . . . .	183
2.3.4	Процедура исключения по бесповторному де-реву . . . . .	184
2.4	Процедуры с изменением агрегирующего правила . . . . .	187
2.5	Агрегирование коллективных предпочтений . . . . .	188
<b>3</b>	<b>Примеры и алгоритмы агрегирования предпочтений</b>	<b>196</b>
3.1	Примеры и алгоритм агрегирования предпочтений с учётом свёртки критериев . . . . .	196

---

3.2	Примеры и алгоритм агрегирования предпочтений с учетом набора признаков . . . . .	200
3.2.1	Четкие отношения предпочтения . . . . .	201
3.2.2	Нечеткие отношения предпочтения . . . . .	206
3.3	Примеры с использованием агрегирующих правил в процессе принятия коллективного решения (правила голосования) . . . . .	212
<b>4</b>	<b>Манипулирование</b>	<b>222</b>
4.1	Политика диктата . . . . .	222
4.1.1	Агрегирование коллективных предпочтений . . . . .	222
4.1.2	Принцип меньшинства . . . . .	227
4.2	Способы манипулирования группами . . . . .	228
4.2.1	Манипулирование со стороны организатора голосования . . . . .	229
4.2.2	Манипулирование со стороны избирателей . . . . .	231
4.3	Манипулирование схемами голосования . . . . .	232
4.3.1	Общее понятие манипулируемости . . . . .	233
4.3.2	Теоремы манипулирования и доказательства . . . . .	236
	<b>Заключение</b>	<b>248</b>
	Список литературы (I часть) . . . . .	249
	Список литературы (II часть) . . . . .	251

