

Численное решение дифференциальных уравнений с запаздыванием общего вида

Докладчик – Ерёмин Алексей Сергеевич, доцент кафедры информационных систем СПбГУ.

Дифференциальные уравнения с запаздывающим аргументом (ДУЗА) представляют собой гораздо более сложную с аналитической точки зрения задачу, чем обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ). В связи с этим вопрос о применении численных методов для их решения весьма актуален. Простейшим способом является прямое распространение некоего метода решения ОДУ на уравнение с одним постоянным запаздыванием. При решении на постоянной сетке, шаг которой целое число раз укладывается в запаздывание, все необходимые нам запаздывающие значения решения уже известны по предыдущим шагам. Однако в случае запаздывания общего вида (зависящего от времени или, тем более, от самого решения) построить подходящую сетку не удаётся, и необходимо строить так называемое непрерывное расширение метода, то есть некую функцию, на каждом шаге дающую численное решение в любой точке шага. Методы, обладающие таким расширением, называют непрерывными. В дополнение к отмеченной особенности, при решении ДУЗА общего вида возникает ещё ряд проблем. Во-первых, в случае исчезающих запаздываний неизбежна ситуация, когда запаздывающий аргумент попадает внутрь текущего шага численного метода. Тогда даже явные методы становятся полностью неявными. Чтобы сохранить явность реализации методов в этом случае, предложен класс функционально-непрерывных методов. В докладе значительное внимание уделяется им и способам сократить вычислительные затраты таких методов для некоторых задач. Во-вторых, решение ДУЗА даже с гладкой правой частью, функцией запаздывания и предысторией не обязательно является гладким. Точки разрыва производных решения, не будучи включёнными в сетку численного решения, снижают точность и нарушают оценку погрешности. Вопрос их обнаружения и достаточно точного определения также рассматривается в докладе.